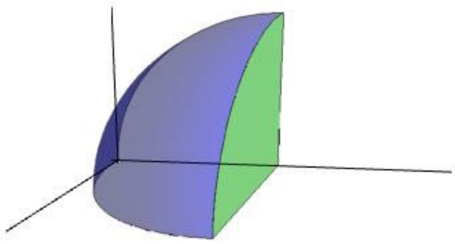
INTEGRAZIO ANIZKOITZA (21/22 - 22/23)

1.- Izan bedi $A\left(2,\sqrt{3}\right)$ eta $B(1,2)$ puntuen artean definitutako $C \equiv (x-1)^2+y^2=4$ kurbaren zatia.

a) Kalkulatu $\int_C f(x,y)\,ds$, non $f(x,y)=x+y$

b) Kalkulatu $\int_C \vec{F}(x,y)\,d\vec{r}$, non $\vec{F}(x,y)=x\cdot\vec{i}+y\cdot\vec{j}$

2.- Irudian erakusten den bolumena hurrengoa izanda:



$$V \equiv \begin{cases} x\ge 0,\ z\ge 0,\ y\le 1 \\ x^2+y^2+z^2-2y\le 0 \end{cases}$$

a) Kalkulatu $\iiint_V z\,dxdydz$.

b) Izan bedi $\vec{F}(x,y,z)=xz\cdot\vec{i}+(y-1)z\cdot\vec{j}+z^2\cdot\vec{k}$ funtzio bektoriala. Kalkulatu V-ren mugako gainazal esferikotik irteten den fluxua.

3.- Kalkulatu $x^2+y^2=a^2$ gainzalaren barrualdean dagoen $x+y+z=a$ gainazalaren azalera.

4.- Izan bitez $\vec{F}(x,y,z)=\left(x^2+y+\sin\left(e^z\right),\ y^2+3x+\cos\left(e^z\right),\ z+\sin(x)\right)$ funtzio bektoriala eta $V\equiv\begin{cases} z\le 2-\sqrt{x^2+y^2} \\ z\ge 2\left(x^2+y^2\right)-1 \end{cases}$ solidoa. Kalkulatu:

a) V solidoaren bolumena.

b) V solidoaren muga den S gainazaletik irteten den $\vec{F}$ -ren fluxua.

c) $\vec{F}$ -ren zirkulazioa V-ren muga osatzen duten bi gainazalen arteko C ebakidura-kurban zehar.

5.- a) Kalkulatu $V\equiv\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 6-x^2-y^2$ solidoaren bolumena.

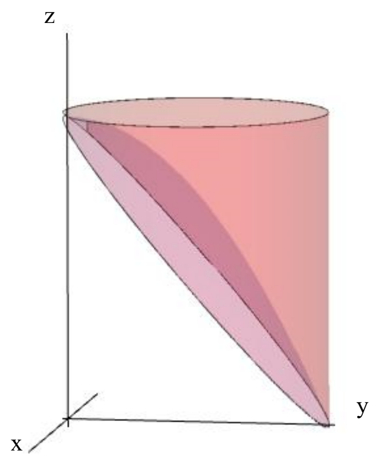
b) Kalkulatu V solidoaren mugako $S\equiv z=6-x^2-y^2$ gainazalaren zatiaren azalera.

6.- $\vec{F}(x,y,z)=x^2\cdot\vec{i}-2xy\cdot\vec{j}+\vec{k}$ funtzio bektoriala emanik:

a) Kalkulatu $S\equiv\begin{cases} \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}+\left(z-1\right)^2=1 \\ z=1 \end{cases}$, $z\ge 1$ izanik, gainazal itxiaren zati bakoitzetik irteten den $\vec{F}$ -ren fluxua.

b) Kalkulatu $\vec{F}$ -ren zirkulazioa $C \equiv \begin{cases} \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} + (z-1)^2 = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ kurban zehar.

7.- $\begin{cases} S_1 \equiv 4 - z = x^2 + y^2 \\ S_2 \equiv x^2 + (y-1)^2 = 1 \\ S_3 \equiv z = 4 \end{cases}$ gainazalek irudian erakusten den V solidoaren muga osatzen dute, S gainazal itxia, hain zuzen ere.



a) Kalkulatu V solidoaren bolumena.

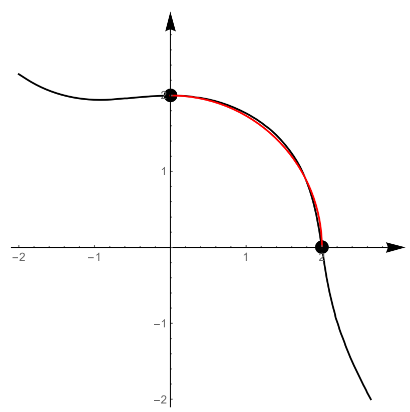
b) $T(x,y,z) = 3x^2 + (y-1)^2 + 16z^2$ funtzio eskalarrak V solidoan dagoen tenperatura adierazten du. $\vec{F} = -\overrightarrow{\nabla T}$ eremu bektorialak, berriz, S zeharkatzen duen bero-fluxuaren dentsitatea ematen du. Kalkulatu S gainazaletik irteten den $\vec{F}$-ren fluxua.

c) Kalkulatu $\vec{F}$-ren zirkulazioa S_2 eta S_3 gainazalen arteko C ebakidura-kurban zehar.

8.- a) Kalkulatu $z = 1$ eta $z = 2$ planoen artean mugaturiko $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ gainazalaren zatiaren azalera.

b) Kalkulatu $\vec{F}(x,y,z) = (y,x,z)$ bektorearen lerro-integrala $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ eta $z = 1$ gainazalen arteko ebakidura-kurban zehar, $A = (2,2,1)$ puntutik $B = (-2,2,1)$ puntura, noranzko positiboan ibilita.

9.- $\vec{F}(x,y) = \dfrac{x}{x^2+y^2} \cdot \vec{i} + \dfrac{y}{x^2+y^2} \cdot \vec{j}$ funtzio bektoriala emanik, kalkulatu $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, non $C \equiv xy \sin x + x^3 + y^3 = 8$, $A = (0,2)$ eta $B = (2,0)$ puntuen artean (marrazkia ikusi).



10.- $S \equiv z = 4 - 2x^2 - 2y^2$, $z > 2$ izanik, gainazal irekia emanik, kalkulatu $\vec{F}(x,y,z) = \left(x^3y^2 + z^2,\ \sin x - x^2y^3,\ x^2\right)$ eremu bektorialari dagokion fluxua, S gainazalaren kanpoko aurpegitik.

11.- a) Kalkulatu $V \equiv \begin{cases} \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{z^2}{9} \le 1 \\ z \ge 0 \\ x \le y \end{cases}$ solidoaren bolumena.

b) Kalkulatu V solidoaren S mugatik irteten den $\vec{F}(x,y,z) = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + 2z \cdot \vec{k}$ bektorearen fluxua.

12.- $\vec{F}(x,y,z) = -y \cdot \vec{i} + x \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ eremu bektoriala emanik:

a) Kalkulatu $S \equiv z = 4 - 2x^2 - 2y^2$, non $z \ge 2$, gainazal irekia zeharkatzen duen fluxua.

b) Kalkulatu $\vec{F}$-ren zirkulazioa $C \equiv \begin{cases} z = 4 - 2x^2 - 2y^2 \\ z = 2 \end{cases}$ kurban zehar.

c) Kalkulatu $\vec{F}$-ren lerro-integarla C kurban zehar, $A = (1,0,2)$ puntutik $B = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}, 2\right)$ puntura.